Selbsttest – Geometrie 2

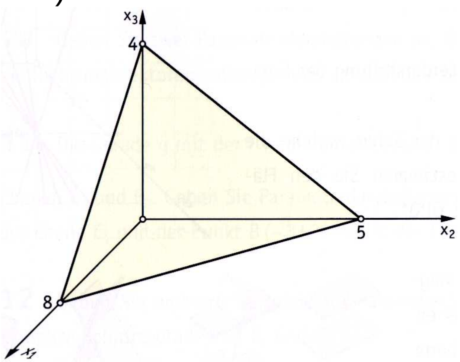
1) Gegeben sind die Punkte A(1|0|3), B(1|3|0), C(4|-3|0).
   a) Stelle die Ebenengleichung E in Parameterform auf, die die drei Punkte A, B und C enthält.
   b) Bringe E in Koordinatenform.
   c) Prüfe, ob der Punkt D(3|0|-1) in E liegt.

2) Liegen die Punkte A(5|0|5), B(6|3|2), C(2|9|0) und D(3|12|-3) in einer gemeinsamen Ebene?

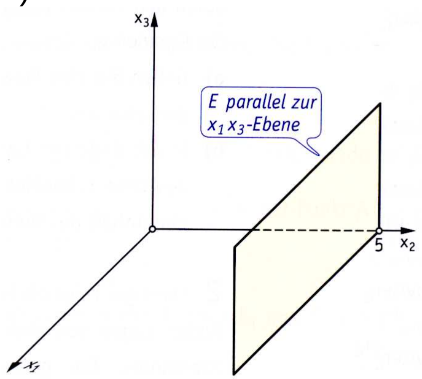
3) a) Veranschauliche $E: 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 8$ in einem Koordinatensystem.
   b) Bestimme den Schnittpunkt von E mit der Geraden, die durch den Ursprung und den Punkt P(1|2|1) verläuft.

4) Gib die Ebenengleichungen der dargestellten Ebenen an.

a)



b)



5) Wie liegen die beiden Ebenen zueinander? Bestimme gegebenenfalls die Schnittgerade.
   a) $E_1: 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 3$ und $E_2: 3x_1 - 2x_2 + 1x_3 = 9$
   b) $E_1: x_1 - x_2 + 5x_3 = 6$ und $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Selbsttest – Geometrie 2

Lösungen:

1) a) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

   b) z. B. (II) + (III): $x_2 + x_3 = 3 - 6t$ und (I) ergibt:
   $E: 2x_1 + x_2 + x_3 = 5$

   c) D in E einsetzen: $2 \cdot 3 - 1 = 5 \checkmark \Rightarrow D \in E$

2) $E_{ABC}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ -5 \end{pmatrix}$

   Entweder E_{ABC} in Koordinatenform und Punktprobe mit D oder

   $\begin{pmatrix} 3 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ -5 \end{pmatrix}$ und Lösen des LGS: $s = 1; t = 1$

   $\Rightarrow D \in E \Rightarrow A,B,C,D$ liegen in einer gemeinsamen Ebene.

3) a) $S_1(4 \mid 0 \mid 0), S_2(0 \mid -2 \mid 0), S_3(0 \mid 0 \mid 1)$

   b) $g: \vec{x} = t\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ in E einsetzen: (t = 4) $\Rightarrow S(4 \mid 8 \mid 4)$

4) a) $E: 5x_1 + 8x_2 + 10x_3 = 40$ b) $E: x_2 = 5$

5) a) $E_1 + E_2: 6x_1 + 6x_3 = 12$, wähle z. B. $\boxed{x_3 = t}$

   $\Rightarrow \boxed{x_1 = 2 - t} \Rightarrow \boxed{x_2 = -1{,}5 - t} \Rightarrow s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1{,}5 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

   b) $E_2: x_1 - x_2 + 5x_3 = 18$ in KF, dann $E_1 - E_2: 0 = -12 \Rightarrow E_1 \parallel E_2$